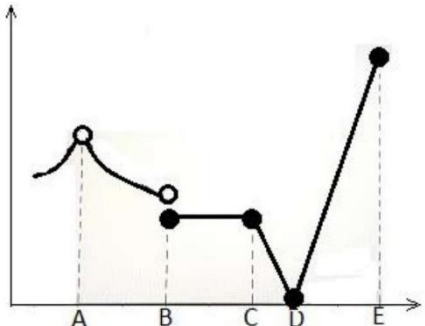
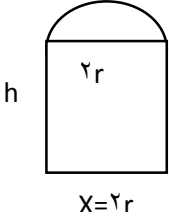


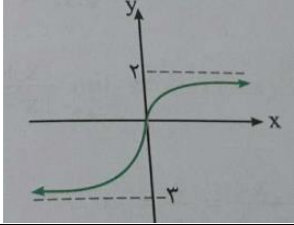
سوالات درس: ریاضی ۳	رشته: علوم تجربی	ساعت شروع: ۸ صبح	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه
نام و نام خانوادگی:	پایه دوازدهم دوره متوسطه	تاریخ امتحان:	تعداد صفحه: ۲
آزمون شبیه سازی امتحانان نهایی سال ۱۴۰۰		اداره سنجش آموزش و پرورش استان سیستان و بلوچستان	

ردیف	سوالات (پاسخنامه دارد)	نمره												
۱	درستی یا نادرستی عبارات های زیر را مشخص کنید. الف) هر تابع اکیدا صعودی، همواره صعودی است. ب) دامنه مشتق پذیری تابع $f(x) = 2x - \sqrt{2}$ برابر است با $[0, +\infty)$. ج) شکل دوران حاصل از یک پاره خط حول محوری که بر آن عمود باشد، یک دایره توپر است.	۰/۲۵ ۰/۲۵ ۰/۲۵												
۲	جاهای خالی زیر را با عدد یا عبارت مناسب پر کنید. الف) اگر $f = \{(5,2), (8,3), (1,4), (3,6)\}$ و $g(x) = \sqrt{5x+9}$ دو تابع باشند، مقدار $(g \circ f^{-1})(3)$ برابر می شود. ب) اگر $f'(4) = -2$ و $g'(4) = 3$ باشد، آنگاه حاصل عبارت $(f+2g)'(4)$ برابر است.	۰/۲۵ ۰/۲۵												
۳	به سوالات زیر پاسخ کوتاه دهید. الف) مقدار $\sin 15^\circ$ را بیابید. ب) نمودار تابعی مانند f به طوری که $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 2$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -3$ را رسم کنید.	۰/۵ ۰/۵												
۴	با توجه به نمودار زیر، اسامی هر نقطه را به نقطه مورد نظر وصل کنید. دقت کنید هر نقطه را فقط به یک اسم نقطه وصل کنید. (یک نقطه اضافی است).  <table border="1" data-bbox="766 1332 1388 1612"> <thead> <tr> <th>اسم نقطه</th> <th>نقطه</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>• Max نسبی</td> <td>• A</td> </tr> <tr> <td>• min نسبی</td> <td>• B</td> </tr> <tr> <td>• Max مطلق</td> <td>• C</td> </tr> <tr> <td>• min مطلق</td> <td>• D</td> </tr> <tr> <td></td> <td>• E</td> </tr> </tbody> </table>	اسم نقطه	نقطه	• Max نسبی	• A	• min نسبی	• B	• Max مطلق	• C	• min مطلق	• D		• E	۱
اسم نقطه	نقطه													
• Max نسبی	• A													
• min نسبی	• B													
• Max مطلق	• C													
• min مطلق	• D													
	• E													
۵	اگر $f(x) = 3x - 1$ و $g(x) = \sqrt{x - 2}$ باشند، دامنه تابع $g \circ f$ را با استفاده از تعریف به دست آورید.	۱												
۶	دوره تناوب و مقادیر ماکزیمم و مینیمم تابع $y = \sqrt{5} - \cos \frac{\pi}{4} x$ را بدست آورید.	۰/۷۵												
۷	معادله مثلثاتی زیر را حل کنید. $\cos 2x + \sqrt{2} \sin x = 0$	۱												
۸	حاصل حدهای زیر را بیابید. الف) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 9}{\sqrt{3x} - 5 - 2}$ ب) $\lim_{x \rightarrow -\frac{1}{2}} \frac{[x]}{ 2x+1 }$	۱/۵												
۹	در تابع $f(x) = x^2 - 1 $ شیب نیم مماس های راست و چپ تابع را در $x = -1$ به کمک تعریف بیابید.	۱/۲۵												

۱/۷۵	مشتق توابع زیر را بیابید. (ساده کردن الزامی نیست) الف) $f(x) = (x^2 + 1)(\sqrt{4x^2 + 3})$ (ب) $g(x) = 3\left(\frac{x-1}{5x^2-6}\right)^y$	۱۰
۱/۵	یک توده باکتری پس از t ساعت دارای جرم $f(t) = \sqrt{t} + 2t^3$ گرم است. الف) جرم این توده ی باکتری در بازه $1 \leq t \leq 4$ چند گرم افزایش می یابد؟ ب) آهنگ رشد جرم توده باکتری در لحظه ی $t=4$ چقدر است؟	۱۱
۲	الف) ضرایب a, b را در تابع $f(x) = x^3 - x^2 + ax + b$ طوری بیابید که در نقطه $(1, -3)$ ماکزیمم نسبی داشته باشد. ب) مقادیر ماکزیمم و مینیمم مطلق تابع $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - x^2 - 15x$ را در بازه $[-4, 3]$ بیابید.	۱۲
۱/۵	در پنجره شکل مقابل اگر محیط پنجره ۶ متر باشد، شعاع نیم دایره چقدر باید باشد تا بیشترین نوردهی را داشته باشد؟ 	۱۳
۱/۵	معادله دایره ای را بنویسید که مرکز آن $(2, 1)$ و با دایره $x^2 + y^2 - 2y = 0$ مماس بیرون باشد.	۱۴
۱	وضعیت خط $y = 2x - 5$ را نسبت به دایره $(x-1)^2 + y^2 = 5$ مشخص کنید.	۱۵
۲	دو جعبه داریم که در جعبه اولی ۱۵ لامپ قرار دارد که ۳ تا از آنها معیوب و در جعبه ی دومی ۱۸ لامپ داریم که ۱۳ تای آن ها سالم هستند. به تصادف جعبه ای انتخاب کرده و یک لامپ از آن بیرون می آوریم. چقدر احتمال دارد که این لامپ معیوب باشد.	۱۶
۲۰	جمع نمره	«موفق باشید»

بسمه تعالی

سوالیات درس: ریاضی ۳	رشته: علوم تجربی	ساعت شروع: ۸ صبح	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه
نام و نام خانوادگی:	پایه دوازدهم دوره متوسطه	تاریخ امتحان:	تعداد صفحه: ۲
آزمون شبیه سازی امتحانان نهایی سال ۱۴۰۰		اداره سنجش آموزش و پرورش استان سیستان و بلوچستان	

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره												
۱	<p>(الف) درست است. زیرا هر تابع اکیدا یکنوا همواره یکنوا است. اما عکس آن صحیح نیست.</p> <p>(ب) نادرست $f'(x) = 2 + \frac{1}{2\sqrt{x}}$ لذا $D_f = (0, +\infty)$</p> <p>(ج) درست است.</p>	<p>۰/۲۵</p> <p>۰/۲۵</p> <p>۰/۲۵</p>												
۲	<p>(الف) ۷ صفحه ۲۹</p> <p>(ب) ۴ صفحه ۹۲</p>	<p>۰/۲۵</p> <p>۰/۲۵</p>												
۳	<p>(الف) $\cos 2\alpha = 1 - 2\sin^2 \alpha \xrightarrow{\alpha=15^\circ} \cos 2(15^\circ) = 1 - 2\sin^2 15^\circ \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} = 1 - \sin^2 15^\circ$</p> <p>(ب) $\sin 15^\circ = \frac{\sqrt{2-\sqrt{3}}}{2}$</p> <p>(ب) رسم شکل (۰/۵)</p> 	<p>(۰/۲۵)</p> <p>(۰/۲۵)</p> <p>(۰/۵)</p>												
۴	<p>هر مورد ۰/۲۵ (مشابه ص ۱۱۰)</p> <table border="0"> <thead> <tr> <th>اسم نقطه</th> <th>نقطه</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Max نسبی</td> <td>A</td> </tr> <tr> <td>min نسبی</td> <td>B</td> </tr> <tr> <td>Max مطلق</td> <td>C</td> </tr> <tr> <td>min مطلق</td> <td>D</td> </tr> <tr> <td></td> <td>E</td> </tr> </tbody> </table>	اسم نقطه	نقطه	Max نسبی	A	min نسبی	B	Max مطلق	C	min مطلق	D		E	<p>۱</p>
اسم نقطه	نقطه													
Max نسبی	A													
min نسبی	B													
Max مطلق	C													
min مطلق	D													
	E													
۵	<p>صفحه ۱۴ (الف)</p> <p>$D_f = \mathbb{R}$, $D_g = [2, +\infty)$ (۰/۲۵)</p> <p>$D_{g \circ f} = \{x \in D_f \mid f(x) \in D_g\} = \{x \in \mathbb{R} \mid 3x - 1 \geq 2\} = [1, +\infty)$ (۰/۲۵)</p> <p>(۰/۲۵) (۰/۲۵)</p>	<p>۱</p>												
۶	<p>صفحه ۴۰</p> <p>$y_{max} = a + c = 1 + \sqrt{5}$ (۰/۲۵)</p> <p>$y_{min} = - a + c = -1 + \sqrt{5}$ (۰/۲۵)</p> <p>$T = \frac{2\pi}{ b } = \frac{2\pi}{\frac{\pi}{4}} = 8$ (۰/۲۵)</p>	<p>۰/۲۵</p>												

۱	$\cos 2x = 1 - 2\sin^2 x$ $1 - 2\sin^2 x + \sqrt{2}\sin x = 1 \Rightarrow \sin x(-2\sin x + \sqrt{2}) = 0$ $\sin x = 0 \Rightarrow x = k\pi \quad (k \in \mathbb{Z})$ $-2\sin x + \sqrt{2} = 0 \Rightarrow \sin x = \frac{\sqrt{2}}{2} = \sin \frac{\pi}{4} \Rightarrow x = 2k\pi + \frac{\pi}{4}, \quad x = (2k+1)\pi - \frac{\pi}{4}$	۷	
۱/۵	$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-2)(x+2)}{\sqrt{2x-5}-2} \times \frac{\sqrt{2x-5}+2}{\sqrt{2x-5}+2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-2)(x+2)(\sqrt{2x-5}+2)}{2x-5-4}$ $= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-2)(x+2)(\sqrt{2x-5}+2)}{2(x-2)} = 2(\sqrt{9-5}+2) = 8$ $\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} \frac{[x]}{ 2x+1 } = \frac{-1}{.5} = -\infty$	الف) صفحه ۵۳ ب) صفحه ۵۷	۸
۱/۲۵	$m = f'_+(-1) = \lim_{x \rightarrow (-1)^+} \frac{ x^2-1 -0}{x+1} = \lim_{x \rightarrow (-1)^+} \frac{-(x^2-1)}{x+1}$ $= \lim_{x \rightarrow (-1)^+} \frac{-(x-1)(x+1)}{x+1} = \underline{\underline{2}}$ $m = f'_-(-1) = \lim_{x \rightarrow (-1)^-} \frac{ x^2-1 -0}{x+1} = \lim_{x \rightarrow (-1)^-} \frac{(x^2-1)}{x+1} = \underline{\underline{-2}}$		۹
۱/۷۵	$f'(x) = 3x^2(\sqrt{4x^2+3}) + \frac{4x}{2\sqrt{4x^2+3}}(x^2+1)$ $g'(x) = 21 \left(\frac{x-1}{\Delta x^2-6}\right)^6 \times \frac{(\Delta x^2-6)-(1 \cdot x)(x-1)}{(\Delta x^2-6)^2}$	صفحه ۸۸	۱۰
۱/۵	$\frac{f(\xi)-f(1)}{\xi-1} = \frac{(\sqrt{\xi+2(\xi)^3})-(\sqrt{1+2(1)^3})}{\xi-1} = \frac{130-3}{\xi-1} = \frac{127}{\xi-1}$ <p>ب) آهنگ رشد جرم در لحظه $t = \xi$ برابر است با: $f'(\xi)$</p> $f'(t) = \frac{1}{2\sqrt{t}} + 6t^2 \Rightarrow f'(\xi) = \frac{1}{2\sqrt{\xi}} + 6(\xi)^2 = \frac{1}{\xi} + 96 = 96.25$		۱۱

۲	$f'(x) = 3x^2 - 2x + a$ $f'(1) = 0 \quad (0/25) \rightarrow 3 - 2 + a = 0 \rightarrow a = -1 \quad (0/25)$ $f(1) = -3 \quad (0/25) \rightarrow 1 - 1 - 1 + b = -3 \rightarrow b = -2 \quad (0/25)$ $f'(x) = x^2 - 2x - 1 = 0 \rightarrow (x+2)(x-5) = 0 \begin{cases} x = -2 \\ x = 5 \end{cases} \quad (0/25) \quad \text{ب) صفحه ۱۱۲}$ <p>نقطه ۵ خارج دامنه است پس فقط -۳ با ابتدا و انتهای دامنه بررسی می شوند. (۰/۲۵)</p> $\begin{cases} f(-3) = 27 : \max \quad (0/25) \\ f(3) = -45 : \min \quad (0/25) \\ f(-4) = \frac{68}{3} \end{cases}$	۱۲
۱/۵	<p>با توجه به شکل و فرض مساله داریم:</p> <p>اگر محیط پنجره را با P و مساحت پنجره را با S نشان دهیم داریم مساحت پنجره برابر است با مساحت مستطیل بعلاوه مساحت نیم دایره</p> $P = 2r + 2h + \frac{1}{2}(2\pi r) = 2r + 2h + \pi r = 6 \Rightarrow 2h = 6 - 2r - \pi r \Rightarrow h = 3 - \frac{1}{2}(\pi + 2)r \quad (0/25)$ $(0/25) \quad S(r) = 2rh + \frac{1}{2}(\pi r^2) = 2r\left(3 - \frac{1}{2}(\pi + 2)r\right) + \frac{1}{2}(\pi r^2) = 6r - (\pi + 2)r^2 + \frac{1}{2}\pi r^2 \quad (0/25)$ $(0/25) \quad S'(r) = 6 - 2(\pi + 2)r + \pi r = 0 \Rightarrow (\pi + 4)r = 6 \Rightarrow r = \frac{6}{\pi + 4} \Rightarrow r = \frac{6}{3 + 4} = \frac{6}{7} \quad (0/25)$	۱۳
۱/۵	<p>فاصله ی بین دو کانون یا فاصله کانونی برابر است با $FF' = 2c$ (۰/۲۰)</p> $F(2, \epsilon), F'(2, -\epsilon) \Rightarrow 2c = FF' = \sqrt{(2-2)^2 + (\epsilon + \epsilon)^2} = 8 \quad (0/25)$ <p>وسط دو کانون مرکز بیضی است: (۰/۲۰)</p> $O' = \left(\frac{2+2}{2}, \frac{-\epsilon + \epsilon}{2} \right) = (2, 0) \quad (0/25)$ <p>قطرهای بیضی از مرکز بیضی می گذرند و بر هم عمودند. معادله قطر کوچک آن برابر است با $y = 0$ (۰/۵)</p>	۱۴
۱	$2x - y - 5 = 0 \rightarrow d = \frac{ 2x_1 - y_1 - 5 }{\sqrt{4+1}} = \frac{2}{\sqrt{5}} \quad (0/5) \quad \text{صفحه ۱۳۸}$ <p>پس خط دایره را قطع می کند (۰/۵) $d = \frac{2}{\sqrt{5}} \times \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}} = \frac{2\sqrt{5}}{5} < r = \sqrt{5}$</p>	۱۵

۳ معیوب	۵ معیوب
۱۲ سالم	۱۳ سالم
A_1	A_2

اگر B پیشامد انتخاب لامپ معیوب باشد آنگاه با توجه به قانون احتمال کل داریم:

$$(۰/۵) \quad P(A_1) = P(A_2) = \frac{1}{2} \quad P(B|A_1) = \frac{3}{15} \quad (۰/۲۵) \quad P(B|A_2) = \frac{5}{18} \quad (۰/۲۵)$$

$$\rightarrow P(B) = P(A_1) \times P(B|A_1) + P(A_2) \times P(B|A_2) = \frac{1}{2} \times \frac{3}{15} + \frac{1}{2} \times \frac{5}{18} = \frac{48}{180} \quad (۰/۲۵)$$