



سوالات امتحان  
شبه نهایی  
ریاضی و  
آمار ۳

پایه دوازدهم  
ادبیات و علوم  
انسانی

نوبت دوم  
خرداد ۱۴۰۰

نام و نام  
خانوادگی:  
.....

مدت زمان  
پاسخگویی به  
سوالات: ۱۲۰  
دقیقه

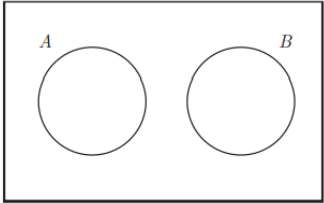
تاریخ امتحان:  
.....

طراح سوالات:  
ابوبکر ملازهی

ردیف

• متن سوالات

نمره

۱	<p>درستی یا نادرستی هر یک از عبارات های زیر را مشخص کنید. الف) اگر علی بتواند یک کتاب از بین ۵ کتاب با موضوع علوم پایه یا یک کتاب از بین ۳ کتاب با موضوع روان شناسی انتخاب کند، در مجموع ۱۵ راه انتخاب دارد. ب) در یک تاکسی با ۵ سرنشین، احتمال اینکه هر ۵ نفر در اردیبهشت متولد شده باشند، <math>5^{-12}</math> است. ج) طرح یک پرسش دقیق و شفاف، اولین قدم برای یافتن داده ها و بررسی متغیر مورد نظر است. د) دامنه تابع مدل ریاضی دمای خانه در هر لحظه از شبانه روز، <math>R</math> می باشد.</p>	۱																										
۱	<p>جاهای خالی را با عبارت یا عدد مناسب کامل کنید. الف) پرتاب یک توپ به سمت سبد بسکتبال به قصد گل شدن، پدیده ..... است. ب) با توجه به شکل ۱، دو پیشامد <math>A</math> و <math>B</math> را ..... می نامیم. ج) جواب معادله <math>3! = 2^3 + x(-1)^4</math> برابر با ..... است. د) منظور از ..... در واقع صرفاً گزارش معیارها و ارائه نمودارها و دیگر نتایج آماری است.</p> <div style="text-align: center;">  <p>شکل ۱</p> </div>	۲																										
۱	<p>با ارقام ۰ و ۳ و ۵ و ۶ و ۸ (بدون تکرار): چند عدد سه رقمی سه رقمی بزرگتر از ۵۰۰ می توان نوشت؟</p>	۳																										
۰/۵	<p>با توجه به جدول، فقط به دو مورد از پرسش های زیر پاسخ دهید:</p> <table border="1" data-bbox="292 1451 1318 1749"> <thead> <tr> <th rowspan="2">متغیر</th> <th rowspan="2">داده ها</th> <th colspan="2">معیارهای گرایش به مرکز</th> <th colspan="3">معیارهای پراکندگی</th> </tr> <tr> <th>میانگین</th> <th>وسه</th> <th>IQR</th> <th>SD (s)</th> <th>دامنه تغییرات</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>نمره</td> <td>۱۸ ۱۷/۵ ۱۸ ۱۶ ۱۸ ۱۶ ۱۸/۵</td> <td>۱۷/۴۲</td> <td>۱۸</td> <td>۲</td> <td>۰/۹۴</td> <td>۲/۵</td> </tr> <tr> <td>میزان مطالعه در هفته (برحسب ساعت)</td> <td>۵ ۸ ۶ ۹ ۶ ۷ ۳۰</td> <td>۱۰/۱۴</td> <td>۷</td> <td>۳</td> <td>۸/۲۰</td> <td>۲۵</td> </tr> </tbody> </table> <p>الف) کدام معیار گرایش به مرکز و کدام معیار پراکندگی برای توصیف داده های متغیر «نمره» مناسب اند؟ ب) کدام معیار گرایش به مرکز و کدام معیار پراکندگی برای توصیف داده های متغیر «میزان مطالعه در هفته» مناسب اند؟ ج) برای داده های مربوط به کدام متغیر، نمودار جعبه ای مناسب است؟</p>	متغیر	داده ها	معیارهای گرایش به مرکز		معیارهای پراکندگی			میانگین	وسه	IQR	SD (s)	دامنه تغییرات	نمره	۱۸ ۱۷/۵ ۱۸ ۱۶ ۱۸ ۱۶ ۱۸/۵	۱۷/۴۲	۱۸	۲	۰/۹۴	۲/۵	میزان مطالعه در هفته (برحسب ساعت)	۵ ۸ ۶ ۹ ۶ ۷ ۳۰	۱۰/۱۴	۷	۳	۸/۲۰	۲۵	۴
متغیر	داده ها			معیارهای گرایش به مرکز		معیارهای پراکندگی																						
		میانگین	وسه	IQR	SD (s)	دامنه تغییرات																						
نمره	۱۸ ۱۷/۵ ۱۸ ۱۶ ۱۸ ۱۶ ۱۸/۵	۱۷/۴۲	۱۸	۲	۰/۹۴	۲/۵																						
میزان مطالعه در هفته (برحسب ساعت)	۵ ۸ ۶ ۹ ۶ ۷ ۳۰	۱۰/۱۴	۷	۳	۸/۲۰	۲۵																						

۱	<p>S</p> <p>شکل ۲</p>	۵	با توجه به شکل زیر (شکل ۲) پیشامدهای $A - B, A'$ را بنویسید.
۱	<p>در یک کیسه مهره هایی به رنگ های قرمز و آبی وجود دارد که تعداد آنها به ترتیب ۷ و ۳ می باشد. دو مهره به تصادف از کیسه خارج می کنیم. چقدر احتمال دارد هر دو مهره هم رنگ باشند؟</p>	۶	
۰/۷۵	<p>شکل ۳</p>	۷	با توجه به نمودار روبرو (شکل ۳) ابتدا ۵ جمله اول دنباله $a_n$ و سپس ضابطه تابعی آن را بنویسید.
۱	$\begin{cases} a_{n+1} = -2a_n + n \\ a_1 = 3 \end{cases}$	۸	پنج جمله اول دنباله با ضابطه بازگشتی مقابل را بنویسید.
۲	<p>سومین جمله یک دنباله حسابی برابر ۳۶ و یازدهمین جمله آن برابر ۷۶ می باشد. جمله سی و یکم این دنباله را بدست آورید.</p>	۹	
۱/۵	<p>مجموع ۲۰ جمله اول دنباله مقابل را بدست آورید. (با استفاده از فرمول)</p> <p>۵ و ۱۱ و ۱۷ و ...</p>	۱۰	
۲	<p>در یک دنباله هندسی جمله اول برابر ۷۲۹ و نسبت مشترک <math>\frac{1}{3}</math> می باشد.</p> <p>الف) چندمین جمله این دنباله برابر ۸۱ است؟</p> <p>ب) مجموع چهار جمله اول این دنباله را بدست آورید. (با استفاده از فرمول)</p>	۱۱	
۱	<p>سه عدد را طوری بین دو عدد ۱۶ و ۲۵۶ قرار داده ایم که پنج عدد حاصل تشکیل دنباله هندسی می دهند. ابتدا نسبت مشترک را با فرض مثبت بودن بدست آورید و سپس سه عدد موردنظر را پیدا کنید.</p>	۱۲	
۰/۷۵	<p>مقدار اولیه یک دارو در بدن یک بیمار، ۸۰ میلی گرم است. بعد از سه نیمه عمر، مقدار دارو در بدن به چند میلی گرم می رسد؟</p>	۱۳	
۱	<p>عبارت تواندار را به صورت رادیکالی و عبارت رادیکالی را به صورت تواندار تبدیل کنید.</p> $\left(\frac{5}{8}\right)^{\frac{2}{3}} = \qquad \qquad \qquad \sqrt[5]{27} =$	۱۴	
۲	<p>حاصل عبارت های زیر را به ساده ترین صورت ممکن بنویسید. (<math>a</math> و <math>b</math> مخالف صفر هستند).</p> $\left(\frac{3}{7}\right)^{-\frac{1}{4}} \times \left(\frac{3}{7}\right)^{\frac{5}{4}} = \qquad \qquad \qquad \frac{a^{\frac{2}{5}} \times \sqrt[3]{b}}{b^{\frac{5}{3}} \times \sqrt[5]{a}} =$	۱۵	
۱	<p>نمودار مختصاتی تابع نمایی <math>y = \left(\frac{1}{3}\right)^x</math> را رسم کنید.</p>	۱۶	

۱۷	یک شرکت با سرمایه اولیه ۸۰۰ میلیون ریال رو به ورشکستگی است. اگر از این مبلغ سالانه مبلغی با نرخ ثابت ۱/۵
۲۰	جمع نمره

ریاضیات را باید آموخت. نه برای ریاضی دان شدن بلکه برای

خردمندان...

نام و نام خانوادگی مصحح : .....

امضاء و تاریخ : .....

نمره به عدد : .....

نمره به حروف : .....



**پاسخنامه**  
 سوالات امتحان  
 شبه نهایی  
 ریاضی و  
 آمار ۳  
 پایه دوازدهم  
 ادبیات و علوم  
 انسانی  
 نوبت دوم  
 خرداد ۱۴۰۰  
 نام و نام  
 خانوادگی:  
 .....  
 مدت زمان  
 پاسخگویی به  
 سوالات: ۱۲۰  
 دقیقه  
 تاریخ امتحان:  
 .....  
 طراحی سوالات:  
 ابوبکر ملازهی



۱	<p>درستی یا نادرستی هر یک از عبارات های زیر را مشخص کنید.</p> <p>الف) اگر علی بتواند یک کتاب از بین ۵ کتاب با موضوع علوم پایه یا یک کتاب از بین ۳ کتاب با موضوع روان شناسی انتخاب کند، در مجموع ۱۵ راه انتخاب دارد. <b>نادرست</b></p> <p>ب) در یک تاکسی با ۵ سرنشین، احتمال اینکه هر ۵ نفر در اردیبهشت متولد شده باشند، <math>۱۲^{-۵}</math> است. <b>درست</b></p> <p>ج) طرح یک پرسش دقیق و شفاف، اولین قدم برای یافتن داده ها و بررسی متغیر مورد نظر است. <b>نادرست</b></p> <p>د) دامنه تابع مدل ریاضی دمای خانه در هر لحظه از شبانه روز، <math>R</math> می باشد. <b>درست</b></p>	۱
۱	<p>جاهای خالی را با عبارت یا عدد مناسب کامل کنید.</p> <p>الف) پرتاب یک توپ به سمت سبد بسکتبال به قصد گل شدن، پدیده ..... <b>تصادفی</b> است.</p> <p>ب) با توجه به شکل ۱، دو پیشامد <math>A</math> و <math>B</math> را ..... <b>ناسازگار</b> ..... می نامیم.</p> <p>ج) جواب معادله <math>۳! = (-۱)^۴x + ۲^۳</math> برابر با ..... <b>۲-</b> ..... است.</p> <p>د) منظور از ..... <b>تحلیل داده ها</b> ..... در واقع صرفاً گزارش معیارها و ارائه نمودارها و دیگر نتایج آماری است.</p>	۲
۱	<p>با ارقام ۰ و ۳ و ۵ و ۶ و ۸ (بدون تکرار) :</p> <p>چند عدد سه رقمی سه رقمی بزرگتر از ۵۰۰ می توان نوشت؟</p> <p>۸ یا ۶ یا ۵</p> <p>۳ ۴ ۳</p> <p><math>۳ \times ۴ \times ۳ = ۳۶</math></p>	۳
۰/۵	<p>با توجه به جدول، فقط به دو مورد از پرسش های زیر پاسخ دهید:</p>	۴

متغیر	داده‌ها	معیارهای گرایش به مرکز		معیارهای پراکندگی		
		میانگین	میان	IQR	SD (s)	دامنه تغییرات
نمره	۱۸ ۱۷/۵ ۱۸ ۱۶ ۱۸ ۱۶ ۱۸/۵	۱۷/۴۲	۱۸	۲	۰/۹۴	۲/۵
میزان مطالعه در هفته (برحسب ساعت)	۵ ۸ ۶ ۹ ۶ ۷ ۳۰	۱۰/۱۴	۷	۳	۸/۲۰	۲۵

الف) کدام معیار گرایش به مرکز و کدام معیار پراکندگی برای توصیف داده های متغیر «نمره» مناسب اند؟

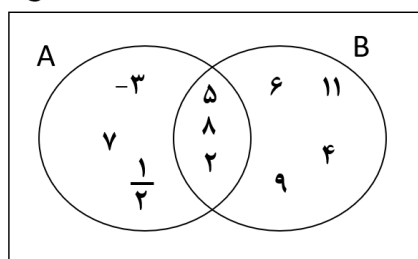
### میانگین و انحراف معیار

ب) کدام معیار گرایش به مرکز و کدام معیار پراکندگی برای توصیف داده های متغیر «میزان مطالعه در هفته» مناسب اند؟

### میان و دامنه میان چارکی

ج) برای داده های مربوط به کدام متغیر، نمودار جعبه ای مناسب است؟ **میزان مطالعه در هفته**

با توجه به شکل زیر (شکل ۲) پیشامدهای  $A - B, A'$  را بنویسید.



شکل ۲

$$A - B = \left\{ -3, \frac{1}{2}, 7 \right\}$$

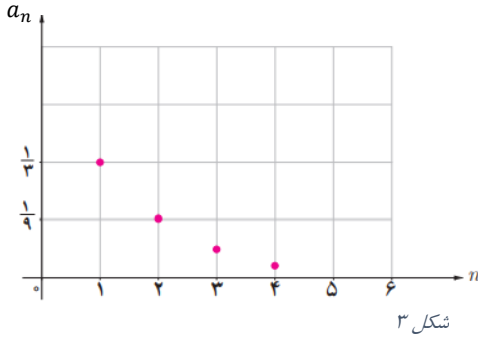
$$A' = \{ 4, 6, 9, 11 \}$$

۶ در یک کیسه مهره هایی به رنگ های قرمز و آبی وجود دارد که تعداد آنها به ترتیب ۷ و ۳ می باشد. دو مهره به تصادف از کیسه خارج می کنیم. چقدر احتمال دارد هر دو مهره هم رنگ باشند؟

$$n(S) = \binom{10}{2} = 45$$

$$n(A) = \binom{3}{2} + \binom{7}{2} = 3 + 21 = 24$$

$$p(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{24}{45} = \frac{8}{15}$$

۰/۷۵		<p>با توجه به نمودار روبرو (شکل ۳) ابتدا ۵ جمله اول دنباله <math>a_n</math> و سپس ضابطه تابعی آن را بنویسید.</p> $\frac{1}{3}, \frac{1}{9}, \frac{1}{27}, \frac{1}{81}, \frac{1}{243}$ $a_n = \left(\frac{1}{3}\right)^n$	۷
۱	$\begin{cases} a_{n+1} = -2a_n + n \\ a_1 = 3 \end{cases}$	<p>پنج جمله اول دنباله با ضابطه بازگشتی مقابل را بنویسید.</p> $n = 1 \rightarrow a_{1+1} = -2a_1 + 1 = -2 \times 3 + 1 \rightarrow a_2 = -5$ $n = 2 \rightarrow a_{2+1} = -2a_2 + 2 = -2 \times (-5) + 2 \rightarrow a_3 = 12$ $n = 3 \rightarrow a_{3+1} = -2a_3 + 3 = -2 \times 12 + 3 \rightarrow a_4 = -21$ $n = 4 \rightarrow a_{4+1} = -2a_4 + 4 = -2 \times (-21) + 4 \rightarrow a_5 = 46$ $\boxed{3, -5, 12, -21, 46}$	۸
۲	<p>سومین جمله یک دنباله حسابی برابر ۳۶ و یازدهمین جمله آن برابر ۷۶ می باشد. جمله سی و یکم این دنباله را بدست آورید.</p> $a_3 = 36, a_{11} = 76, a_{31} = ?$ $a_m = a_n + (m - n)d$ $d = \frac{a_m - a_n}{m - n} = \frac{a_{11} - a_3}{11 - 3} = \frac{76 - 36}{8} = 5$ $a_{31} = a_3 + (31 - 3) \times 5 = 36 + 28 \times 5 = 176$	<p>بدست آورید.</p>	۹
۱/۵	<p>مجموع ۲۰ جمله اول دنباله مقابل را بدست آورید. (با استفاده از فرمول)</p> $5, 11, 17, \dots$ $a = 5, d = 11 - 5 = 6$ $S_n = \frac{n}{2} (2a + (n - 1)d) \rightarrow S_{20} = \frac{20}{2} (2 \times 5 + (20 - 1) \times 6) = 1240$	<p>مجموع ۲۰ جمله اول دنباله مقابل را بدست آورید. (با استفاده از فرمول)</p>	۱۰
۲	<p>در یک دنباله هندسی جمله اول برابر ۷۲۹ و نسبت مشترک <math>\frac{1}{3}</math> می باشد.</p> $a = 729, r = \frac{1}{3}$	<p>الف) چندمین جمله این دنباله برابر ۸۱ است؟</p>	۱۱

$$a_n = ar^{n-1} \rightarrow 729 \times \left(\frac{1}{3}\right)^{n-1} = 81$$

$$\left(\frac{1}{3}\right)^{n-1} = \frac{81}{729} = \frac{1}{9} = \left(\frac{1}{3}\right)^2 \rightarrow n-1=2 \rightarrow \boxed{n=3}$$

ب) مجموع چهار جمله اول این دنباله را بدست آورید. (با استفاده از فرمول)

$$S_n = a \times \frac{1-r^n}{1-r} \rightarrow S_4 = 729 \times \frac{1-\left(\frac{1}{3}\right)^4}{1-\frac{1}{3}} = 729 \times \frac{\frac{80}{81}}{\frac{2}{3}} = 729 \times \frac{40}{27} = 1080$$

۱ سه عدد را طوری بین دو عدد ۱۶ و ۲۵۶ قرار داده ایم که پنج عدد حاصل تشکیل دنباله هندسی می دهند. ابتدا نسبت مشترک را با فرض مثبت بودن بدست آورید و سپس سه عدد موردنظر را پیدا کنید.

$$16, \square, \square, \square, 256$$

$$a = 16, b = 256, m = 3$$

$$r^{m+1} = \frac{b}{a} \rightarrow r^{3+1} = \frac{256}{16} = 16 \rightarrow r^4 = 16 \rightarrow \boxed{r=2}$$

$$16, \boxed{32}, \boxed{64}, \boxed{128}, 256$$

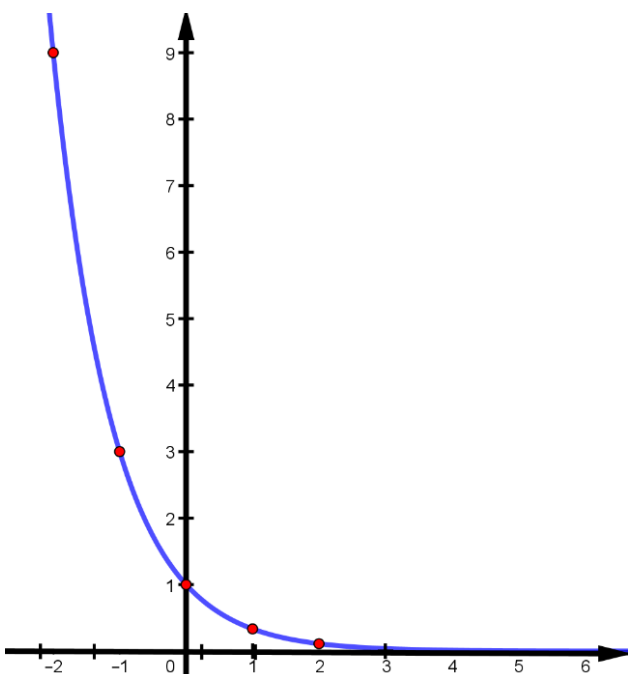
۰/۷۵ مقدار اولیه یک دارو در بدن یک بیمار، ۸۰ میلی گرم است. بعد از سه نیمه عمر، مقدار دارو در بدن به چند میلی گرم می رسد؟

$$a_1 = 80, r = \frac{1}{2}, a_1 = 80 \times \frac{1}{2} = 40$$

$$a_n = a_1 \times \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1} \rightarrow a_7 = 40 \times \left(\frac{1}{2}\right)^{3-1} = 10$$

یا

$$a_n = a_1 \times \left(\frac{1}{2}\right)^n \rightarrow a_7 = 80 \times \left(\frac{1}{2}\right)^3 = 10$$

۱	<p>عبارت تواندار را به صورت رادیکالی و عبارت رادیکالی را به صورت تواندار تبدیل کنید.</p> $\left(\frac{5}{8}\right)^{\frac{2}{3}} = \qquad \qquad \qquad \sqrt[5]{27} =$ $\left(\frac{5}{8}\right)^{\frac{2}{3}} = \sqrt[3]{\left(\frac{5}{8}\right)^2}, \sqrt[5]{27} = (27)^{\frac{1}{5}} = (3^3)^{\frac{1}{5}} = 3^{\frac{3}{5}}$	۱۴												
۲	<p>حاصل عبارت های زیر را به ساده ترین صورت ممکن بنویسید. (<math>a</math> و <math>b</math> مخالف صفر هستند).</p> $\left(\frac{3}{7}\right)^{-\frac{1}{4}} \times \left(\frac{3}{7}\right)^{\frac{5}{4}} = \qquad \qquad \qquad \frac{a^{\frac{2}{5}} \times \sqrt[3]{b}}{b^{\frac{5}{3}} \times \sqrt[5]{a}} =$ $\left(\frac{3}{7}\right)^{-\frac{1}{4}} \times \left(\frac{3}{7}\right)^{\frac{5}{4}} = \left(\frac{3}{7}\right)^{\frac{4}{4}} = \frac{3}{7}$ $\frac{a^{\frac{2}{5}} \times \sqrt[3]{b}}{b^{\frac{5}{3}} \times \sqrt[5]{a}} = \frac{a^{\frac{2}{5}} \times b^{\frac{1}{3}}}{b^{\frac{5}{3}} \times a^{\frac{1}{5}}} = a^{\frac{2}{5}-\frac{1}{5}} \times b^{\frac{1}{3}-\frac{5}{3}} = a^{\frac{1}{5}} \times b^{-\frac{4}{3}} = \frac{\sqrt[5]{a}}{\sqrt[3]{b^4}} = \frac{\sqrt[5]{a}}{b\sqrt[3]{b}}$	۱۵												
۱	<p>نمودار مختصاتی تابع نمایی <math>y = \left(\frac{1}{3}\right)^x</math> را رسم کنید.</p> <table border="1" data-bbox="191 1153 574 1780"> <thead> <tr> <th><math>x</math></th> <th><math>y</math></th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>-۲</td> <td><math>y = \left(\frac{1}{3}\right)^{-2} = 9</math></td> </tr> <tr> <td>-۱</td> <td><math>y = \left(\frac{1}{3}\right)^{-1} = 3</math></td> </tr> <tr> <td>۰</td> <td><math>y = \left(\frac{1}{3}\right)^0 = 1</math></td> </tr> <tr> <td>۱</td> <td><math>y = \left(\frac{1}{3}\right)^1 = \frac{1}{3}</math></td> </tr> <tr> <td>۲</td> <td><math>y = \left(\frac{1}{3}\right)^2 = \frac{1}{9}</math></td> </tr> </tbody> </table> 	$x$	$y$	-۲	$y = \left(\frac{1}{3}\right)^{-2} = 9$	-۱	$y = \left(\frac{1}{3}\right)^{-1} = 3$	۰	$y = \left(\frac{1}{3}\right)^0 = 1$	۱	$y = \left(\frac{1}{3}\right)^1 = \frac{1}{3}$	۲	$y = \left(\frac{1}{3}\right)^2 = \frac{1}{9}$	۱۶
$x$	$y$													
-۲	$y = \left(\frac{1}{3}\right)^{-2} = 9$													
-۱	$y = \left(\frac{1}{3}\right)^{-1} = 3$													
۰	$y = \left(\frac{1}{3}\right)^0 = 1$													
۱	$y = \left(\frac{1}{3}\right)^1 = \frac{1}{3}$													
۲	$y = \left(\frac{1}{3}\right)^2 = \frac{1}{9}$													



۱/۵	<p>یک شرکت با سرمایه اولیه ۸۰۰ میلیون ریال رو به ورشکستگی است. اگر از این مبلغ سالانه مبلغی با نرخ ثابت یک درصد کسر شود، پس از ۲ سال چقدر از این مبلغ باقی می ماند؟</p> $c = 800,000,000$ $r = 0.01$ $t = 2$ $f(t) = c(1-r)^t = 800,000,000 \times (1-0.01)^2$ $= 800,000,000 \times (0.99)^2 = 784,080,000$	۱۷
۲۰	جمع نمره	

ریاضیات را باید آموخت. نه برای ریاضی دان شدن بلکه برای

خردمند شدن...